

# 数学 I ・ 数学 A

## 第 4 問 (配点 25)

(1) 1 から 4 までの数字を、重複を許して並べてできる 4 桁<sup>けた</sup>の自然数は、全部で

アイウ 個ある。  
256

重複が許されるので  
各桁ともに 4 種類 選択候補 がある。よって  
 $4 \times 4 \times 4 \times 4 = 256$

(2) (1) の アイウ 個の自然数のうちで、1 から 4 までの数字を重複なく使っ

てできるものは エオ 個ある。  
24

重複が許されないので  
1 桁決まるごとに 選択候補 が 1 つ減る。よって  
 $4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$

(3) (1) の アイウ 個の自然数のうちで、1331 のように、異なる二つの数字を 2 回ずつ使ってできるものの個数を、次の考え方に従って求めよう。

(i) 1 から 4 までの数字から異なる二つを選ぶ。この選び方は カ 通りある。  
6

4 つの数字から異なる 2 つを選ぶ 選び方は

$${}^4C_2 = (4 \times 3) / (2 \times 1) = 6$$

(ii) (i) で選んだ数字のうち小さい方を、一・十・百・千の位のうち、どの 2 箇所<sup>箇所</sup>に置くか決める。置く 2 箇所<sup>箇所</sup>の決め方は キ 通りある。小さい方の数字を置く場所を決めると、大きい方の数字を置く場所は残りの 2 箇所<sup>箇所</sup>に決まる。

4 つの箇所の 異なる 2 箇所<sup>箇所</sup>を選ぶ 選び方は

$${}^4C_2 = (4 \times 3) / (2 \times 1) = 6$$

(iii) (i) と (ii) より、求める個数は クケ 個である。  
36

$$6 \times 6 = 36$$

(数学 I ・ 数学 A 第 4 問は次ページに続く。)

## 数学 I ・ 数学 A

(4) (1)の  $\boxed{2567}$  個の自然数を、それぞれ別々のカードに書く。できた  $\boxed{2567}$  枚のカードから1枚引き、それに書かれた数の四つの数字に応じて、得点を次のように定める。

- 四つとも同じ数字のとき 9 点
- 2回現れる数字が二つあるとき 3 点
- 3回現れる数字が一つと、  
1回だけ現れる数字が一つあるとき 2 点
- 2回現れる数字が一つと、  
1回だけ現れる数字が二つあるとき 1 点
- 数字の重複がないとき 0 点

(i) 得点が9点となる確率は  $\frac{\boxed{\text{コ}} 1}{\boxed{\text{サシ}} 64}$ 、得点が3点となる確率は  $\frac{\boxed{\text{ス}} 9}{\boxed{\text{セソ}} 64}$  で  
得点が9点となるのは 4パターンのみ。よって  $4 / 256 = 1/64$  である。  
得点が3点となるのは問(3)より 36パターン。よって  $36 / 256 = 9/64$

(ii) 得点が2点となる確率は  $\frac{\boxed{\text{タ}} 3}{\boxed{\text{チツ}} 16}$ 、得点が1点となる確率は  $\frac{\boxed{\text{テ}} 9}{\boxed{\text{トナ}} 16}$  で  
得点が2点となるのは 4枚のカードから重複しない2枚のカードを選ぶ選び方と等しい。よって  $4 \times 3 = 12$ 。更に 4桁のどこに異なる数字が選ばれるのは4通りよって  $4 \times 3 = 12$ 。よって  $12 / 64 = 3 / 16$   
得点が1点となるのは 4枚のカードから重複しない3枚のカードを選ぶ選び方と等しい。よって  $4 \times 3 \times 2 = 24$ 。更に 4つの箇所の異なる2箇所を選ぶ選び方は6通り。よって  $24 / 256 = 3 / 32 = 9 / 96$

(iii) 得点の期待値は  $\frac{\boxed{\text{ニ}} 3}{\boxed{\text{又}} 2}$  点である。  
 $144 / 256 = 9 / 16$

$$\begin{aligned}
 \text{期待値 } E(X) &= 9 \times \frac{4}{256} + 3 \times \frac{36}{256} + 2 \times \frac{48}{256} + 1 \times \frac{144}{256} + 0 \\
 &= (36 + 108 + 96 + 144) / 256 \\
 &= 384 / 256 \\
 &= 192 / 128 \\
 &= 96 / 64 \\
 &= 48 / 32 \\
 &= 24 / 16 \\
 &= 12 / 8 \\
 &= 3 / 2
 \end{aligned}$$