

等差数列なので、公差を  $d$  とすると  
 $a_2 = a_1 + d = -7/3$   
 $a_5 = a_1 + 4d = -25/3$  よって  
 $-3d = 18/3$   
 $d = -18/9 = -2$   $a_1 = -7/3 - d = -7/3 + 2 = -1/3$

数学Ⅱ・数学B 第3問～第6問

一般項  $a_n$  は  
 $a_n = a_1 + (n-1)d$  より  
 $= -1/3 - 2n + 2 = -2n + 5/3$   
 また  $S_n$  は  
 $S_n = 1/2 \times n \times \{2a_1 + (n-1)d\}$  より  
 $= (n/2) \{2(-1/3) - 2n + 2\} = n \{(-1/3) - n + 1\} = n \{-n + (2/3)\}$   
 $= -n^2 + (2/3)n$

第3問 (選択問題) (配点 20)

$\{a_n\}$  を  $a_2 = -\frac{7}{3}$ ,  $a_5 = -\frac{25}{3}$  である等差数列とし、自然数  $n$  に対して、

$S_n = \sum_{k=1}^n a_k$  とおく。

$a_1 = \frac{\boxed{\text{アイ}} - 1}{\boxed{\text{ウ}} 3}$  であり、 $\{a_n\}$  の公差は  $\boxed{\text{エオ}}^{-2}$  である。したがって

$a_n = \boxed{\text{カキ}}^{-2} n + \frac{\boxed{\text{ク}} 5}{\boxed{\text{ケ}} 3}$  ( $n = 1, 2, 3, \dots$ )

$S_n = \boxed{\text{コ}} n^2 + \frac{\boxed{\text{サ}} 2}{\boxed{\text{シ}} 3} n$  ( $n = 1, 2, 3, \dots$ )

である。

(数学Ⅱ・数学B第3問は次ページに続く。)

数学Ⅱ・数学B

$b_1 = (4/3)b_1 + a_1 = (4/3)b_1 + (-1/3)$  より  
 $(-1/3)b_1 = (-1/3)$   
 $b_1 = 1$

次に、数列  $\{b_n\}$  は

$$\sum_{k=1}^n b_k = \frac{4}{3} b_n + S_n \quad (n = 1, 2, 3, \dots) \dots\dots\dots \textcircled{1}$$

を満たすとす。数列  $\{b_n\}$  の一般項を求めよう。①から、 $b_1 = \boxed{\text{ス1}}$  である。

さらに、 $\sum_{k=1}^{n+1} b_k = \sum_{k=1}^n b_k + b_{n+1}$  に注意して、①を利用すると

$$b_{n+1} = \boxed{\text{セ4}} b_n + \boxed{\text{ソ6}} n + \boxed{\text{タ1}} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

が成り立ち、この等式は

$$b_{n+1} + \boxed{\text{チ2}} (n+1) + \boxed{\text{ツ1}} \quad \text{等比数列の形に変形しろ ということ}$$

$$= \boxed{\text{セ4}} (b_n + \boxed{\text{チ2}} n + \boxed{\text{ツ1}}) \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

と変形できる。ここで

$$c_n = b_n + \boxed{\text{チ2}} n + \boxed{\text{ツ1}} \quad (n = 1, 2, 3, \dots) \dots\dots\dots \textcircled{2}$$

とおくと、 $\{c_n\}$  は、 $c_1 = \boxed{\text{テ4}}$ 、公比が  $\boxed{\text{ト4}}$  の等比数列であるから、

②により

$$b_n = \boxed{\text{ナ4}} \boxed{\text{ニ}} - \boxed{\text{ヌ2}} n - \boxed{\text{ネ1}} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

である。ただし、 $\boxed{\text{ニ}}$  については、当てはまるものを、次の①～④のうちから一つ選べ。

- ①  $n - 2$     ②  $n - 1$     ③  $n$     ④  $n + 1$     ⑤  $n + 2$

$$\sum_{k=1}^{n+1} b_k = \sum_{k=1}^n b_k + b_{n+1}$$

$$(4/3)b_{n+1} + S_{n+1} = (4/3)b_n + S_n + b_{n+1}$$

$$b_{n+1} = 4b_n - 3(S_{n+1} - S_n) = 4b_n - 3a_{n+1}$$

$$b_{n+1} = 4b_n - 3(S_{n+1} - S_n) = 4b_n - 3a_{n+1}$$

$$= 4b_n - 3\{-2(n+1) + 5/3\}$$

$$= 4b_n - 3\{-2n - 2 + 5/3\}$$

$$= 4b_n - 3\{-2n - 1/3\}$$

$$= 4b_n + 6n + 1$$

$$b_{n+1} + \alpha(n+1) + \beta = 4\{b_n + (\alpha n + \beta)\}$$

と、チ：    ツ： で表して式を作り、整理すると

$$b_{n+1} = 4b_n + 3\alpha n - \alpha + 3\beta$$

より、と 比較して、

$$3 = 6$$

$$- + 3 = 1 \text{ が成り立つ。よって}$$

$$= 2, = 1$$

$$c_1 = b_1 + 2 \times 1 + 1 = 1 + 2 + 1 = 4$$

$$c_n = b_n + 2n + 1 \text{ より}$$

$$b_n = c_n - 2n - 1 = 4^n n - 2n - 1$$