

数学 I ・ 数学 A

第 4 問 (配点 25)

1 から 9 までの数字が一つずつ書かれた 9 枚のカードから 5 枚のカードを同時に取り出す。このようなカードの取り出し方は $\boxed{126}$ 通りある。

9 枚のうち 5 枚とる、5 枚の順番は構わない。ので C を使う。 ${}^9C_5 = \frac{9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5}{5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1} = 126$

(1) 取り出した 5 枚のカードの中に 5 と書かれたカードがある取り出し方は $\boxed{70}$ 通りであり、5 と書かれたカードがない取り出し方は $\boxed{56}$ 通りである。

(数学 I ・ 数学 A 第 4 問は次ページに続く。)

取り出した 5 枚の中に 5 を含む
=> 1 枚は決定。残り 8 枚の中から 4 枚を選ぶ。

$${}^8C_4 = \frac{8 \times 7 \times 6 \times 5}{4 \times 3 \times 2 \times 1} = 70$$

取り出した 5 枚の中に 5 を含まない
=> 全部の選び方から、5 を含む選び方を除く。
 $126 - 70 = 56$

(2) 次のように得点を定める。

- 取り出した 5 枚のカードの中に 5 と書かれたカードがない場合は、得点を 0 点とする。
- 取り出した 5 枚のカードの中に 5 と書かれたカードがある場合、この 5 枚を書かれている数の小さい順に並べ、5 と書かれたカードが小さい方から k 番目にあるとき、得点を k 点とする。

得点が 0 点となる確率は $\frac{\text{ク}4}{\text{ケ}9}$ である。得点が 1 点となる確率は

$\frac{\text{コ}1}{\text{サシス}126}$ で、得点が 2 点となる確率は $\frac{\text{セ}8}{\text{ソタ}63}$ 、得点が 3 点となる確率は $\frac{\text{チ}2}{\text{ツ}7}$ である。

また、得点の期待値は $\frac{\text{テ}5}{\text{ト}3}$ 点である。

$k=0 \Rightarrow \frac{56}{126}$ (1) より
よって $= \frac{28}{63} = \frac{4}{9}$

$k=1 \Rightarrow$ 選んだ数の組み合わせは 5, 6, 7, 8, 9 の場合のみ
よって $\frac{1}{126}$

$k=2 \Rightarrow$ 選んだ数の組み合わせは
5 より小さい数を 1 つ (1, 2, 3, 4 の 4 つ中から 1 つを選ぶ)
5 より大きい数を 3 つ (6, 7, 8, 9 の 4 つ中から 3 つを選ぶ)
よって $4 \times 4 / 126 = 16 / 126 = 8 / 63$

$4C_1 = 4C_3 = 4$

$k=3 \Rightarrow$ 選んだ数の組み合わせは
5 より小さい数を 2 つ (1, 2, 3, 4 の 4 つ中から 2 つを選ぶ)
5 より大きい数を 2 つ (6, 7, 8, 9 の 4 つ中から 2 つを選ぶ)
よって $6 \times 6 / 126 = 36 / 126 = 6 \times 6 / 6 \times 21 = 6 / 21 = 2 / 7$

$k=4 \Rightarrow$ 選んだ数の組み合わせは
5 より小さい数を 3 つ (1, 2, 3, 4 の 4 つ中から 3 つを選ぶ)
5 より大きい数を 1 つ (6, 7, 8, 9 の 4 つ中から 1 つを選ぶ)
よって $4 \times 4 / 126 = 16 / 126 = 8 / 63$

$k=5 \Rightarrow$ 選んだ数の組み合わせは 1, 2, 3, 4, 5 の場合のみ
よって $\frac{1}{126}$

期待値の定義より ($EV = \sum V \times P(V)$: 値 \times その値が出る確率、を全て足す)
 $EV = 0 \times \frac{56}{126} + 1 \times \frac{1}{126} + 2 \times \frac{16}{126} + 3 \times \frac{36}{126} + 4 \times \frac{16}{126} + 5 \times \frac{1}{126}$
 $= (0 + 1 \times 1 + 2 \times 16 + 3 \times 36 + 4 \times 16 + 5 \times 1) / 126$
 $= 210 / 126 = 105 / 63 = 35 / 21 = 5 / 3$