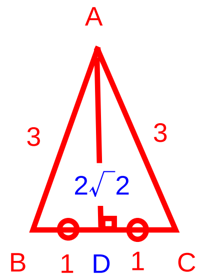
問題を読んだらとりあえず簡略図を描いてみる。
すると　二等辺三角形であることに気付く。
ＢＣの中点をＤとすると、三平方の定理より AD = 2√2



数学Ⅰ・数学Ａ

第３問 (配点　30)

△ABC において，AB = AC = 3，BC = 2 であるとき

簡略図より

$\cos\angle ABC = \dfrac{\boxed{ア}\ 1}{\boxed{イ}\ 3}$，　$\sin\angle ABC = \dfrac{\boxed{ウ}\ 2\sqrt{\boxed{エ}\ 2}}{\boxed{オ}}\ 3$

であり，△ABC の面積は $\boxed{カ}\ 2\sqrt{\boxed{キ}\ 2}$，△ABC の内接円Ｉの半径は

$\dfrac{\sqrt{\boxed{ク}\ 2}}{\boxed{ケ}\ 2}$ である。

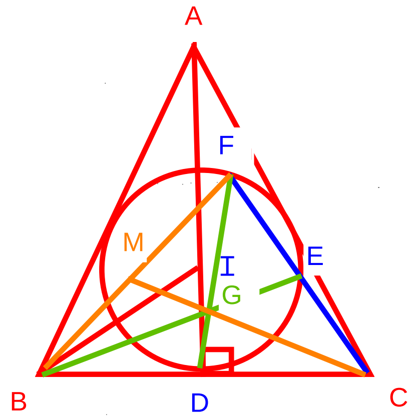
△ＡＢＣ = (1 / 2)× AD × BC
= (1 / 2)×　2　× 2√2
= 2√2

また，円Ｉの中心から点Ｂまでの距離は $\dfrac{\sqrt{\boxed{コ}\ 6}}{\boxed{サ}\ 2}$ である。

(数学Ⅰ・数学Ａ第３問は次ページに続く。)

△ＡＢＣ　の内接円の半径をr とすると

内接円の半径　と　三角形の面積Ｓの公式より
2S = r (AB + BC + CA)
r = 2S / (AB + BC + CA)
r = 2 × 2√2 / (3 + 2 +3)
r = 2 × 2√2 / 8
r = √2 / 2



△IBD を考える
角IDBは９０度なので
三平方の定理が使える

BD = 1
ID = √2 / 2 より

IB ^2 = BD ^2 + ID ^2
IB ^2 = 1 ^2 + (√2 / 2)^2
IB ^2 = 1 + 1 /2 = 3 / 2

IB = ± √3 / √2 = ± √6 / 2
IB > 0 より
IB = √6 / 2

(2) 円Ｉにおいて、方べきの定理より
CD ^ 2 = CE ・CF
CE = 1 / √2
= √2 / 2

EF = CF - CE = √2 -√2 /2 = √2 / 2

EF / CE = (√2 /2) /(√2 / 2) = 1

△BCF を考える
題意より　BD = DC
前問より　CE = ED

つまり、Ｄは線分BC の中点
Ｅは線分CF の中点
よってＧは△BCFの重心となる
よって 1/ 2

(1) 辺 AB 上の点 P と辺 BC 上の点 Q を，BP = BQ かつ PQ = $\frac{2}{3}$ となるようにとる。このとき，△PBQ の外接円 O の直径は $\frac{\sqrt{\boxed{シ\ 2}}}{\boxed{ス\ 2}}$ であり，円 I と円 O は $\boxed{セ\ 3}$。ただし，$\boxed{セ}$ には次の⓪～④から当てはまるものを一つ選べ。

⓪ 重なる(一致する)　① 内接する　② 外接する
③ 異なる 2 点で交わる　④ 共有点をもたない

(2) 円 I 上に点 E と点 F を，3 点 C，E，F が一直線上にこの順に並び，かつ，CF = $\sqrt{2}$ となるようにとる。このとき

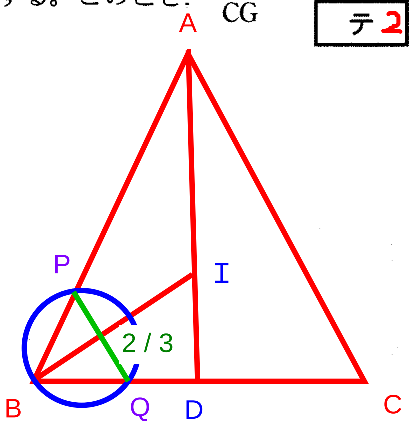
$$CE = \frac{\sqrt{\boxed{ソ\ 2}}}{\boxed{タ\ 2}}, \qquad \frac{EF}{CE} = \boxed{チ\ 1}$$

である。

さらに，円 I と辺 BC との接点を D，線分 BE と線分 DF との交点を G，線分 CG の延長と線分 BF との交点を M とする。このとき，$\frac{GM}{CG} = \frac{\boxed{ツ\ 1}}{\boxed{テ\ 2}}$ である。

△BPQの外接円Oの直径は
正弦定理より

直径 $= PQ / \sin ABC$
$= (2/3) / (2\sqrt{2}/3)$
$= (2/3) \times (3/2\sqrt{2})$
$= 1/\sqrt{2}$
$\sqrt{2}/2$



外接円Oの半径 Orとすると
Or = $\sqrt{2}/4$

外接円Iの半径Irは
Ir = $\sqrt{2}/2$　なので

| Ir - Or | = $\sqrt{2}/2 - \sqrt{2}/4$
= $\sqrt{2}/4$　…①

IO = BI - $\sqrt{2}/2$
= $\sqrt{6}/2 - \sqrt{2}/2$ …②

②ー①より　$(2\sqrt{6} - \sqrt{2})/4 > 0$
よって　２円は２点で交わる